

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ
ТОКОВ В ЗАДАЧЕ ДИФРАКЦИИ ТОЧЕЧНОГО
ИСТОЧНИКА НА РЕШЕТКЕ ПРОЗРАЧНЫХ
ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРОВ

Ф.М.ГАСАНОВ

Бакинский Государственный Университет

В настоящей работе с помощью метода интегральных уравнений рассчитаны и проанализированы полные значения электрического и магнитного полей на поверхностях центрального и соседних с центральным эллиптическим цилиндром.

В теории активных антенных решеток, когда источник, возбуждающий периодическую структуру, находится вблизи решетки, а период решетки соизмерим с длиной волны, аппроксимация падающего поля полем плоской волны уже недостаточна, большое значение имеет учет структуры падающего поля. Вопросам изучения пассивных решеток посвящено большое число работ [1].

В данной работе исследуется бесконечная периодическая решетка, возбужденная локальным источником.

В качестве численного аппарата для решения задачи дифракции на периодической структуре поля, создаваемого точечным источником, в настоящей работе используется метод интегральных уравнений. Он позволяет исследовать поле на поверхности тела (токи), поля в ближней зоне и интегральные характеристики полей в дальней зоне. Исследования токов позволяет дать физическую интерпретацию резонансным эффектам в теории решеток.

Метод интегральных уравнений был успешно применен для исследования токов при дифракции точечного источника на решетке круглых цилиндров [2,3].

В настоящей работе рассматривается задача дифракции поля точечного источника на решетке, образованной периодической системой прозрачных бесконечных эллиптических цилиндров, поперечное сечение D_i которых ограничено контуром S . Выберем начало координат в центре сечения одного из цилиндров, ось OY направим параллельно образующей оси цилиндров, ось OZ - поперек периодической структуры, а ось OX - вдоль решетки, перпендикулярно плоскости YOZ . Период решетки обозначим через a , зависимость от времени выберем $\exp(-i\omega t)$. Поле возбуждается точечным источником, находящимся в точке $M_0(x_0, z_0)$.

Данная задача сводится к решению неоднородного уравнения Гельмгольца относительно полного поля $u(x, z)$ в неограниченной плоскости:

$$\Delta_x u + k^2(M)u = -2\pi\delta(M, M_0) \quad (1)$$

с граничными условиями на решетке

$$u_i = u_e, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial n}\right)_i = \left(\frac{\partial u}{\partial n}\right)_e \quad (2)$$

и условиями излучения на бесконечности, где n -внутренняя нормаль к области D_i , $k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu$;

$$k^2(M) = \begin{cases} k_i^2, & M \in D_i, \\ k_e^2, & M \in D_e, \end{cases} \quad k_i^2 \neq k_e^2;$$

D_e -дополняет D_i до полной плоскости. Будем считать, что во всем пространстве $\mu \equiv \mu_0 = const$.

В силу периодичности структуры, с помощью дискретного преобразования Фурье [4]

$$U(t, x, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(x + na, z) e^{-int}$$

задача дифракции во всем пространстве сводится к нахождению образа решения

$$U(t, x, z) \text{ в полосе } D: \left\{ -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}, -\infty < z < +\infty \right\}.$$

Функция $U(t, x, z)$ удовлетворяет условиям квазипериодичности Флоке по параметрам t по переменной x , т.е.

$$U(t, x + a, z) = e^{it} U(t, x, z) \quad (3)$$

и связана с искомой функцией $u(x, z)$ соотношением

$$u(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U(t, x, z) dt. \quad (4)$$

Функция – образ $U(t, x, z)$ будет удовлетворять неоднородному уравнению Гельмгольца с квазипериодической правой частью

$$\Delta U(t, x, z) + k^2(M)U(t, x, z) = -2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - x_0 + na) \delta(z - z_0) e^{-int}, \quad (5)$$

граничным условиями

$$U_i = U_e, \quad \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_i = \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_e \quad (6)$$

и условиям излучения в предположении, что точечный источник находится справа от решетки

$$U(t, x, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n(t) e^{-i\gamma_n^e z} \psi_n(t, x), \quad z \leq z_1, \quad (7)$$

$$U(t, x, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n(t) e^{i\gamma_n^e z} \psi_n(t, x) + G_e(t, M, M_0), \quad z \geq z_2,$$

где $G_e(t, M, M_0)$ - функция источника

$$G_e(t, M, M_0) = i\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\psi_n(t, x) \psi_n^*(t, x)}{\gamma_n^e} e^{i\gamma_n^e |z - z_0|},$$

$\psi_n(t, x)$ - ортонормированная на отрезке $\left[-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right]$ квазипериодическая система функций

$$\psi_n(t, x) = \frac{1}{\sqrt{a}} e^{i\lambda_n x}, \quad \lambda_n(t) = \frac{t + 2\pi n}{a},$$

$$\gamma_n^e = \sqrt{k_e^2 - \lambda_n^2}, \quad \text{Im } \gamma_n^e > 0;$$

$$\text{Im } \gamma_n^e = 0, \quad \text{Re } \gamma_n^e > 0;$$

z_1 и z_2 - сечения полосы D , выделяющие область, содержащую точечный источник и тело D_i ; T_n и R_n неизвестные коэффициенты прохождения и отражения.

Краевая задача в бесконечной полосе (5) - (7) сводится к системе интегральных уравнений Фредгольма второго рода по контуру сечений одного тела [4].

Решая систему, найдем $U(t, x, z)$ и $\frac{\partial}{\partial n} U(t, x, z)$ в точке контура S . С помощью формулы Грина найдем $U(t, M)$ в любой внутренней точке полосы D , а используя (3) и (4) определим полное поле $u(x, z)$ в любой точке пространства.

На рис. 1, 2, 3 и 4 представлены полные значения электрического и магнитного полей на поверхности центрального и соседних с центральным эллиптическим цилиндром, т.е. (1-на цент. цилиндре, 2-на I цилиндре) $|u(x, z)|$ и $|\partial u(x, z) / \partial n|$ при $k_e b_1 = \pi / 2$,

$$b_1 / b_2 = 2, \quad a / b_2 = 5, \quad x_0 / b_1 = 0,$$

$$z_0 / b_2 = 2; \quad \varepsilon = 3 \text{ и } \varepsilon = 5.$$

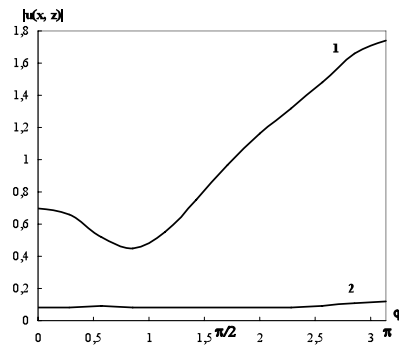


Рис. 1

Полученные результаты показывают, что при $\varepsilon = 3$ (Рис.1,2) $|u(x, z)|$ и $|\partial u(x, z) / \partial n|$ достигают максимума в центре теневой области. $|u(x, z)|$ достигает минимума в освещенной области, а $|\partial u(x, z) / \partial n|$ достигает минимума в полутеневой области. Полученные результаты показывают, что при $\varepsilon = 3$ (Рис.1,2) $|u(x, z)|$ и $|\partial u(x, z) / \partial n|$ достигают максимума в центре теневой области. $|u(x, z)|$ достигает минимума в освещенной области, а $|\partial u(x, z) / \partial n|$ достигает минимума в полутеневой области.

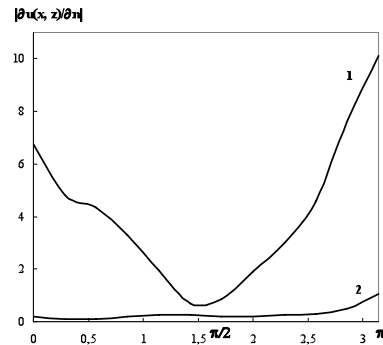


Рис. 2

При $\varepsilon = 5$ (Рис.3,4) $|u(x, z)|$ достигает максимума в полутеневой области, а минимума на центральном цилиндре в теневой области, на соседних цилиндрах в освещенной области. $|\partial u(x, z) / \partial n|$ достигает максимума на центральном цилиндре в освещенной области, на соседних цилиндрах в центре теневой области, а минимума на центральном в центре освещенной области и на соседних цилиндрах в освещенной области.

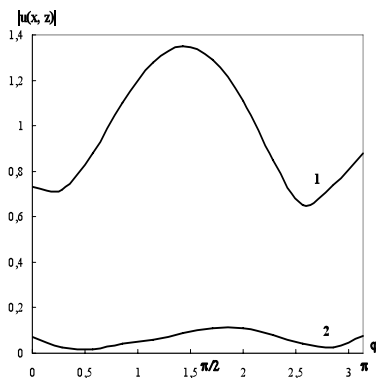


Рис. 3

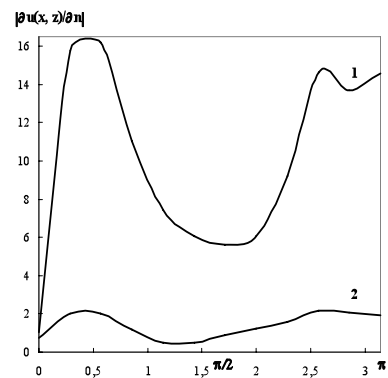


Рис. 4

Как видно из картины, с увеличением значения ε , значение $|u(x, z)|$ и $|\partial u(x, z) / \partial n|$ на центральном цилиндре уменьшается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дифракция волн на решетках. Под ред. В.П.Шестопалова, Харьков, Изд-во ХГУ, 1973.
2. Гасанов Ф.М., Ильинский А.С. Численное исследование дифракции точечного источника на решетке прозрачных цилиндров. Сб. «Численные методы электродинамики», Москва, Изд-во МГУ, 1979.

3. Гасанов Ф.М. Результаты численного исследования токов в задаче дифракции точечного источника на решетке прозрачных цилиндров. Вестник БГУ, Баку, № 4, 2001.
4. Ильинский А.С., Гасанов Ф.М. Численный метод решения задач дифракции на периодической системе прозрачных цилиндров. Сб. «Численные методы в электродинамике», Москва, Изд-во МГУ, 1976.

**ŞƏFFAF ELLİPTİK SİLİNDİRLƏR ŞƏBƏKƏSİNDƏ NÖQTƏVİ MƏNBƏYİN
DİFRAKSİYA MƏSƏLƏSİNDƏ CƏRƏYANLARIN ƏDƏDİ
TƏDQIQİNİN NƏTİCƏLƏRİ**

F.M.HƏSƏNOV

XÜLASƏ

İşdə integral tənliklər üsulunun köməyi ilə elliptik silindrlər şəbəkəsində mərkəzi və mərkəzi silindrlə qonşu silindrlərin səthində elektrik və maqnit sahələrinin tam qiymətləri hesablanır və araşdırılır.

**THE RESULTS OF THE NUMERICAL ANALYSIS OF THE CURRENTS FOR THE
POINT-SOURCE DIFFRACTION PROBLEM IN THE STRUCTURE
OF TRANSPARENT ELLIPTIC CYLINDERS**

F.M.HASANOV

SUMMARY

The total values of the electric and magnet fields on the surface of central are defined and investigated in elliptic cylinders are defined and investigated in elliptic cylinders structure with the help of integral equations method.